

Erdős Pál a 21. században

Simonovits Miklós

2013. szeptember 9.

1. Bevezető

100 éve, 1913 március 26-án született Erdős Pál, a világhíres magyar matematikus, a modern kombinatorika és gráfelmélet és a magyar matematika egyik legmeghatározóbb alakja. Az évfordulóra világszerte nagyon készültek, számos konferenciát, megemlékezést szerveztek erre, és fognak még szervezni. Az egyik legnagyobbat, megkockáztatom, a legfontosabbat itt Budapesten rendeztük, A Magyar Tudományos Akadémia, a Rényi Alfréd Matematikai Intézet, a Bolyai János Matematikai Társulat, és az Eötvös Loránd Tudományegyetem, ugyanott, ahol az 1999. évi Erdős konferenciánkat, az Akadémia főépületében.

Az alábbiakban írok néhány szót a konferenciáról, amely matematikai életünk egyik kiemelkedő eseménye volt. Ezután rátérek Erdős Pál matematikai és emberi „ismertetésére”, ahogyan én láttam Őt 35 éves kapcsolatunk alatt.

2. A konferencia

Amikor ezeket a sorokat írni kezdtem, akkor alig néhány órája fejeződött be Erdős Pál születésének 100. évfordulójára rendezett konferencia.¹ Ha eltekintek a kongresszusoktól, illetve az Amerikai Matematikai Társulat nagygyűléseitől, akkor nem emlékezem, hogy ekkora méretű konferenciát láttam volna. Hozzávetőlegesen 750-en vettek rajta részt, holott „nálunk” egy tipikus szakkonferencián 150-250 résztvevő szokott megjelenni.

¹A konferencia társelnökei Lovász László és T. Sós Vera voltak.

Természetesen itt nem a méret a fontos, én magam minden ilyen számmisztikának a leghatározottabb ellensége vagyok. Félrevezető. Itt azonban valódi előadást csak a 15 főelőadó és a kb. 130 meghívott szekcióelőadó tarthatott. A „valódi” azt jelenti, hogy – talán csak technikai okokból, – kis számban voltak poszterek is. Ez nálunk nem nagyon szokás.

A konferenciánál, amely lényegében 5 szekcióból állt, nagyon ügyeltünk arra is, hogy nagy hangsúlyt kapjanak Erdős halála utáni eredmények és az előadók többsége próbáljon meg valami Erdőshöz köthető, de új eredményről beszélni. Emellett ügyeltünk arra is, hogy nagyon sok fiatal tehetség is megszólalhasson. Speciális előadássorozatot szenteltünk Erdős egyik legközelebbi barátjának, a világhírű Gallai Tibor emlékére, és egy másik előadássorozatot a *számítástechnika* és a *diszkrét matematika* kapcsolatának. (Ahhoz, hogy a komputer gyorsan dolgozzanak, számtalan matematikai problémát kell megoldanunk, az elméleti számítógéptudomány és a diszkrét matematika, kombinatorika, gráfelmélet igen szoros szimbiózisban vannak egymással.)

Nagyon megkínlódunk azzal, hogy a nagyon sok kiemelkedő potenciális előadó közül végül is kiket hívjunk meg.

(Itt megjegyzem, hogy Erdős temetésekor egy minikonferenciát rendeztünk, ahova sok világhíres társszerzője, barátja jött el, majd 3 évvel később, 1999-ben egy akkori szempontból nagy konferenciát rendeztünk, ugyancsak az Akadémián, nagyon nagy sikerrel, de a mostani, némi meglepetésünkre még az 1999-est is messze túlszárnyalta.)

3. Erdős Pál matematikai pályafutása

Nehéz helyzetben vagyok: úgy kell írnom egy matematikus teljesítményeiről, hogy az olvasóról csak annyit tételezek fel, amennyit mi a gimnáziumban megtanultunk. Közben tudom, hogy még ez is túl sok.

Erdős első matematikai eredménye Csebisev tételének elemi bizonyítása volt. A tétel azt mondja ki, hogy ha kiválasztunk egy tetszőleges egész számot, a szám és kétszerese között mindig van prímszám. A prímszámok azok a számok, amelyek csak 1-gyel és önmagukkal oszthatók, 2-től kezdve. Ilyenek a 2,3,5,7,11,13,... Lenyűgöző, hogy egyáltalán nem véletlenek, de nagyon véletlenszerűen viselkednek. Az is lenyűgöző, hogy számtalan rájuk vonatkozó kérdés minden matematikailag nem gyenge középiskolásnak 10 perc alatt elmondható, a megoldásuktól pedig nagyon távol vagyunk. Erdős

bizonyítása Csebisev tételére valamilyen értelemben teljesen elemi volt, mi matematikusok első évben tanultuk meg. Kalmár László, akiről a szegedi Informatika Intézet van elnevezve, segített Erdősnek azt a messze nem könnyű bizonyítást leírni, majd egy rövid cikksorozatban a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapokban is feldolgozta. Erdős teljesítménye világszenzáció volt. Ez persze azért volt egy fontos kérdés, mert Erdőst lényegében egész életében elkísérték a prímszámok. A prímszámok már a görögöket is nagyon foglalkoztatták, Erdős doktorija is ezek számtani sorokban való eloszlására vonatkozott. Emellett életének egy meghatározó momentuma volt, amikor a Gauss által megsejtett és csak sokkal később és nagyon bonyolultan bizonyított prímszám-tételre Erdős és Selberg elemi bizonyítást adtak.

A prímszám-tétel azt mondja ki, hogy a prímszámok egy nagy n számig körülbelül $n/\log n$ -nyien vannak. Engem nagyon megdöbbsentett, hogy a zseniális Karl Friedrich Gauss rájött erre a tételre, de nem tudta bizonyítani. Más ilyen esetről én nem tudok. (Ebből már a fenti Csebisev tételnél sokkal erősebb állítás is következik.)

Erdős munkássága hihetetlenül nagy, mély és széles. A legfontosabb eredményei közül kiemelhetném a véletlen módszer szisztematikus használatát, elterjesztését, a véletlen objektumok tipikus struktúrájára vonatkozó eredményeit, (ezek közül sokat Rényi Alfréddal közösen dolgozott ki). Talán ma a véletlen gráfokra vonatkozó munkássága a legfontosabb, (ahol egy gráfon objektumokat és köztük futó vonalakat értünk, ilyenek pl. a térképek a városokkal és az utakkal, de ilyenekkel modellezzük az emberi kapcsolatokat is, a világhálót, a betegségek terjedését, és még sok mást.)

Erdősnek döntő szerepe volt a számelmélet bizonyos területeinek kibontakozásában, továbbá Turán Pállal számtalan tételt bizonyított a fizikában, matematikában alapvető fontosságú csoportok statisztikus tulajdonságainak vizsgálatában. Számtalan fontos eredménye volt az analízisben is, de legtöbb eredményeinek elmagyarázása itt túl bonyolult lenne. És persze kiemelném a modern kombinatorika kifejődésében való óriási szerepét.

Eddig írtam már a számelméleti és a kombinatorikai-gráfelméleti kutatásairól. A polinomokkal, a függvény-approximációval, illetve interpolációval kapcsolatos dolgairól nem írhatok, hiszen megigérttem, hogy az 1960-as évek középiskolási anyagán keresztül is megérthető matematikai kérdésekre szorítkozom. Az „Erdős típusú” geometriai kérdésekből egyet kiemelnék, mint egy meglepő és meglepően nehéz, mindmáig megoldatlan problémát. Ha a síkon felveszünk n pontot, Erdős azt sejtette, hogy ezek között egy megadott távolság, mondjuk az 1-távolság csak $n^{1+\varepsilon}$ -szor fordulhatnak elő.

(Ez akármilyen kicsi $\varepsilon > 0$ -ra is igaz, ha n elég nagy).

4. Erdős Pál hatása a magyar matematikára

Ha megnézzük, milyen magyar matematikai iskolák vannak, a kombinatorikai, a számelméleti, és még jónéhány iskola erősen kapcsolódik ahhoz a matematikához, amit Erdős, Turán Pál,² és még néhányan az 1930-as évek közepén indítottak el. Ahogyan ezt a konferencia is jól tükrözte, nekik kettőjüknek óriási hatásuk volt abban, hogy ma mi történik a kombinatorikában, és mi történik a számelmélet egyik ágában, a Kombinatorikus Számelméletben.

Amikor Erdős 1996 szeptemberében Varsóban megtartotta legutolsó előadását, harmadnapra meghalt. Ez majdnem az, amit megálmodott magának: megtartani az utolsó előadást, letenni a krétát, és meghalni. (De hol van ma már a kréta?) A magyar matematikus szokásaink között ott volt, hogy ha egy világnagyság matematikusunk meghalt, utána az összegyűjtött műveit kiadták. Ez történt Riesszel Friegyessel, Fejér Lipóttal, Haár Alfréddal, Rényi Alfréddal, Turán Pállal is.

Amikor Erdős meghalt, azt rögtön lehetett látni, hogy nála a munkássága terjedelme miatt ez a módszer nem működne. Az 1500 körüli cikkszám és azok terjedelme ezt nem engedné meg. Ezért határoztunk úgy, hogy egy DVD-n adjuk ki (eddigre már az egész Encyclopédia Britannicat, vagy a Pallas Lexikont, a Révai lexikont is könnyedén rátették egy CD-re, vagy egy DVD-re.) Mire a munkával elkészültünk, az Internetre való kitétel mellett döntöttünk. Az 1989-ig elkészült művek megtalálhatók a www.renyi.hu/~p_erdos címen.³ Itt az is látható, hogy első cikkét még mint Erdős Pál VI. osztályos tanuló írja, 1929-ben. A második cikke éppen a már említett Csebisev tétel elemi bizonyítása volt, német nyelven. Korai cikkei túlnyomóan számelméleti témájúak, késői cikkei leginkább gráfelméletről szólnak, és aránylag korán elkezdte a másokkal közös cikke írását. Itt Turán Pállal és Szekeres Györggyel közös cikkeit emelném ki.

Hamarosan ösztöndíjat kap Angliába, itt számtalan fontos újabb matematikai kapcsolatra tesz szert. (Közben rendszeresen hazalátogat.) Amikor Hitler elfoglalja Ausztriát, (Anschluss) hajóra ül és Amerikába megy.

²Turánról, akinek hatása szintén óriási, egy évvel korábban szerveztünk egy nagy és sikeres emlékkonferenciát.

³Az elvágás copyright problémák miatt történt 1989-nél.

1948 tájékán Princetonban, az Institute of Advanced Studies-ban tölt valamennyi időt, jellemzően eredeti látásmódja, szokatlan matematikai kérdései, a nagyobb elméleteket kis problémákon keresztüli megközelítése nem annyira tetszik a Intézet igazgatójának, tehát nem tartja ott. (Erdőst némi keserőséggel töltötte el az is, hogy Neumann János kiállhatott volna érte Princetonban, de nem tette.) Ez döntően megváltoztatta életét: ekkor kezdett bele abba az életmódba, amit az állandó helyváltogatás jellemez.

5. Mitől jó a magyar matematika?

A magyar matematika nemzetközileg igen elismert, és ennek egyik legfontosabb oka az, hogy a nálunk divatos témákban kiemelkedő matematikusaink voltak/vannak. Emellett nagyon fontos az is, hogy a közoktatásunk nagyon jó volt. (Sajnos, most lefelé megy.). Emellett nagyon fontosnak tartom a kiemelkedően jó tehetséggondozást is. Ehhez a tehetséggondozáshoz tanáraink, a „nagyjaink” nagyon különböző módon járultak hozzá.

Mivel most elsősorban Erdős Pálról írok, tehát most azt kell elmondanom, hogy mint mindent, a tehetséggondozást is nagyon egyedi módon csinálta. A háború után 1949-ben még egyszer hazajött, de azután évekig nem járt itthon. Amikor elkezdett hazajárni, akkor, valahányszor csak megismerkedett egy a matematikában kiemelkedő tehetségű gyerekkel, arra odafigyelt, felkarolta, és különös érzéssel kezdte olyan problémákkal „bombázni”, amelyek az illetőnek a legjobban megfeleltek. Életének egy bizonyos periódusában például – amikor Magyarországon volt, – beült a Matematikai Kutató Intézet igazgatói szobájába, és ott fogadta a „látogatókat”. Amíg Rényi Alfréd (barátja, az intézet megalapítója) még élt, gyakran megtörtént, hogy amikor megérkezett, kedvesen visszakérte a szobáját: ilyenkor más hely után kellett néznünk. (Ez aztán a későbbi igazgatókkal is hasonlóan ment.)

Furcsák voltak ezek a találkozások, mert Erdős számtalan különböző témával tudott egyszerre foglalkozni (ilyet másnál még nem láttam). Hárman, négyen, néha öten körbeültük, néha egyikőnkől kérdezett valamit, vagy mondott el egy bizonyítást, néha többünknek, de mindig pontosan tudta, melyikünkől mit kérdezzen. Soha nem akart egyikünket sem olyan irányba terelni, amelyik az illetőtől távol állt volna.

Talán éppen ez az egyedi hozzáállása vezetett oda, hogy a 14 éves Pósa Lajostól olyasmit kérdezett, amiből egy fontos cikk keletkezett, ehhez Erdős is írt egy „kísérő” cikket, és később írtak olyan közös cikket is, amelyikhez

kapcsolódóan nagyon sok további cikket írtak.⁴

Visszatekintve, az is nagyon fontos volt nekünk, hogy megoldjuk a problémáit. Ha valaki megoldott egy Erdős problémát, az már eleve egy rangot adott neki. Ez természetes volt, hiszen ezeket a problémákat a legtöbb oktatónk (később kollegánk) nem tudta volna megoldani.

Az is egy érdekes része volt ennek a közös kutatásnak, hogy ha volt egy jó és kiemelkedően tehetséges barátunk, akkor néha egyikünk elhozta, hogy Erdős beszélgesse vele. ÁÁgy találkoztam először Ruzsa Z. Imrével, aki akkor még csak középiskolás volt (a Fazekas tagozatára járt) és Pósa Lajos elhozta Pali bácsihoz. Miközben Erdős és a gyerek Ruzsa beszélgettek, láttam, hogy Ruzsának nagyon fontos, hogy Erdős meghallgassa, és Erdős valóban odafigyelt rá. Az is rögtön világos volt, hogy Ruzsa egy meglehetősen nehéz témában próbálja elmagyarázni Erdősnek a sejtését (?).

Hosszan folytathatnám az ilyen és hasonló történeteket. Erdősről nagyon sokan írtunk már, és amikor róla írunk, gyakran elmondjuk, hogyan találkoztunk vele először. Bollobás Béla elmesélte, hogyan üzent Erdős utána, hogy látni szeretné és hívta meg a Royal cukrászdájába. Hajnal András leírta, hogyan találkozott aspiránsként Kalmár László szobájában Erdőssel, aki egyebek között megkérdezte, nem mennének-e fel együtt a Szegedi Fogadalmi Templom tornyába. (Erdős nagyon szeretett magas tornyokba felmenni, magas hegyeket megmászni.) Persze Hajnal, az ifjú aspiráns, aki addig még soha nem ment fel a toronyba, nem is gondolta, hogy erre a kérdéssel nemel is felelhetne. Menet közben elkezdtek matematikáról beszélgetni, és mire visszatértek a szegedi Matematika Intézetbe, addigra már tartalmilag meg is volt az első közös cikkük.

Saját első cikkben megjelenő idézésem is meglepő körülmények között született. Szüleim jól ismerték Erdőst, édesanyám matematika-fizika tanári szakot végzett, Erdősnek évfolyamtársa volt, és közös kirándulásokra jártak, még a 30-as években. Így, amikor érettségi előtt álltam, és már jó néhány középiskolás matematikai versenyen vettem részt jó eredménnyel, egyszer szüleim meghívták hozzánk Erdőst. Miközben beszélgettek, Erdős egy matematikai kérdést tett fel, melyet én úgy fogtam fel, mintha csak egy versenyfeladat lenne. Átmentem a másik szobába, ahol talán 20 perc alatt megoldottam a kérdést. Ezzel én elégedett voltam, hiszen igazoltam, hogy jó vagyok az ilyesmikben, de utána el is felejtettem az egészet. Sok évvel később olvastam

⁴Az Amerikai Matematikai Társulat referáló kötetében egy külön fejezet szólt a Pósa típusú tételekről.

el Erdős egyik híres cikkét, (az Erdős–Ko–Rado cikket amelyik nyomán egy egész elmélet alakult ki a kombinatorikában) melyben megemlítette, hogy az ottani legutolsó tételt bebizonyították rajtuk kívül Pósa Lajos, Hajós György, Pollák György és Simonovits Miklós.

Ezek az első találkozások nagyon sokunk egész életére kihatottak.

6. Erdős, az ember és a barát

Erdősről eddig gyakorlatilag három fajta cikk vagy könyv jelent meg. Az egyikben matematikusok írnak róla, megpróbálják leírni emberségét, nagyságát, és kifejezni hálájukat azért a sok segítségért, melyet tőle kaptak.

A másik elemzés-típus gyakorlatilag a nem-matematikusok számára próbál meg egy jól eladható, érdekes, mulatságos írásművet kreálni. Ezeket gyakran profi írók írják, matematikusokkal öszedolgozva. Sajnos Erdős lényegtelen „furcsaságait” túlhangsúlyozzák. Ezek az írások csak azért nem szoktak nagyon felbosszantani, mert el sem olvasom őket. Az egyik első ilyen cikk még Erdős életében jelent meg, és láttam, hogy Erdőst nagyon felbosszantotta.

Van egy harmadik típusú cikk, amelyikben Erdős matematizálási stílusát elemzik. Erre a kérdésre még visszatérek.

Azt ígértem, hogy beszélek arról, hogy Erdős milyen barát volt. Először is, nagyon közvetlen volt. Ha valakivel leült beszélgetni, matematikáról, vagy másról, az illetővel úgy beszélgetett, mintha ezer éve ismernék egymást és teljesen egyenrangúak lennének. Ez az együttműködést is nagyon megkönnyítette. Ha látta, hogy valakinek anyagi gondjai vannak, annak igen gyakran ajánlotta fel a segítségét.

Erdős nagyon sokat levelezett. El szokták róla mondani, hogy leveleiben azonnal a matematikára tért. Ez ugyan igaz, de a beszélgetésekből kiderült, hogy nagyonis odafigyel az emberekre.

7. Erdős matematikai stílusa

A matematikában talán könnyű azt eldönteni, hogy egy tétel igaz-e, vagy sem,⁵ de azt már nehezebb megítélni, hogy mi fontos, és mi nem az. Ez azt je-

⁵Ez sem teljesen igaz. Egy állítás akkor válik tétellé, amikor egy bizonyítást találunk rá, azonban egy bizonyítás ellenőrzése távolról sem egyszerű. Ezt bonyolítja még az is, hogy a modern korban megjelentek az olyan nagyméretű bizonyítás-rendszerek, amelyeket már

lenti, hogy vannak egymásnak feszülő, teljesen eltérő matematikai hozzáállást valló iskolák. Mindezt nagyon plasztikusan írja le Tim Gowers Fields Medalos matematikus a [6] cikkében, amely letölthető a honlapjáról. A dolog lényege, hogy vannak az induktív és a deduktív gondolkodású matematikusok. Erdős, Turán, és a ma élő legtöbb magyar matematikus az induktív matematizálást követi: mégha kitűz is egy távolabbi, nagyobb célt, gyakran először annak a legegyszerűbb esetét támadja meg, próbálja bebizonyítani. Ha azt elintézte, megy az általánosabb felé. Ezzel szemben áll a deduktív módszer, ahol a legáltalánosabbat próbáljuk legelőbb elintézni, majd abból vezetni le a kisebb fontosabb tételeket. Az utóbbinak az egyik alága az, amit Bourbakizmusnak nevezünk, hogy mindig a lehető legáltalánosabb tételt keressük, mégha az olyan bonyolult is, hogy gyakran a jelenség lényegét elhomályosítja. (Bourbaki egy francia tábornok volt, és francia matematikusok egy csoportja elhatározta, hogy nem a saját nevükön fognak publikálni, hanem Nicholas Bourbaki néven. Ezzel a saját ambíciójukat háttérbe szorítva a matematikailag legjobbat akarták adni.) Nagyon magas színvonalon dolgoztak, és a világ matematikájukra nagyon nagy hatással voltak. Arról azonban mindmáig vita folyik, hogy eljárásukkal, azaz, a túlzott absztraktságukkal több kárt okoztak-e, mint hasznot. Magam számtalan Bourbaki tankönyvet megvettem, bizonyos dolgokat ezekből értettem meg, azonban a végén kiábrándultam belőlük. Erdős stílusa a Bourbakizmus éles fordítottja volt.)

Szóval, a magyar matematika lényegében induktív, ez volt jellemző Erdősre, Turánra, Gallaira, Szekeresre, ... (azokra, akik az 1930-as években jártak az ELTE-re, ottan egy baráti kört alkottak, együtt matematizáltak, és a mai magyar és nemzetközi matematikára hatalmas hatást gyakoroltak.)

Erdősre tehát az volt a jellemző, hogy feltett egy apró matematikai kérdést, és ha azt megoldotta, rögtön feltett egy következő kérdést majd egyre újabb és újabb kérdéseket, és ezekkel hihetetlen magasságokig ért el.

Ennek jó példája, ahogy Rényi Alfréddal kidolgozta a véletlen gráfok evolúciójának elméletét. A legelső lépés az volt, hogy barátja, Turán Pál egy levelében feltett gráf-kérdésére azt válaszolta – kissé más nyelven – hogy egy véletlenül kiválasztott gráf ellenpélda Turán sejtésére. Körülbelül 10 évvel később több kérdésre is hasonló választ adott: ha egy állításra

egy ember nem is láthat át egészében és minden részletében. Ilyen pl. a véges egyszerű csoportok osztályozása. És ha mindez még nem lenne elég, megjelentek a géppel segített bizonyítások is. Ilyen pl. az a tétel, hogy minden síkbeli „normális” térkép 4 színnel kiszínezhető.

(ellen)példát keresünk, azt megtehetjük úgy is, hogy egy nagyobb sokaságból véletlenszerűen kiválasztunk egy tipikus egyedet, majd azt egy kicsit átalakítjuk. Ez a véletlen konstrukció⁶ hamarosan az egyik leghatékonyabb módszerévé vált a tudományterületünknek. Az egyik legfontosabb, amit Erdős matematikájában ki szoktak emelni, hogy rendszeressé tette ezt a konstrukció-helyettesítő eljárást. Ehhez azonban hozzájött a következő lépés, amikor Rényi Alfréddal közösen elkezdtek kutatni a véletlen gráfok viselkedését, majd a véletlen gráfok evolúcióját. Milyen is a véletlen gráfok evolúciója? Kicsit olyan, mint a fázisátalakulás, kristályosodás. Ahogy pl. egy 100millió pontú gráfhoz egyesével adogatjuk hozzá az éleket, eleinte sok apró szigetet látunk, majd egy hirtelen átmenettel kialakul néhány nagyobb földrész a tengerben, majd ezek is összekötődnek egyetlen óriási földrésszé és néhány izolált ponttá, majd legvégül az izolált pontok is bekötődnek a nagy földrészhez. Érdekes mindezt a matematikai formulákon keresztül figyelni meg. Mindennek a megértéséhez az Erdős-Rényi véletlen gráf modell is, majd a legutóbbi időkben a Barabási-Albert⁷ modell is nagyon sokat segít.

8. Erdős, a csodagyerek

Nos, hát ez, amiről nem akarnék sokat írni. A matematikában gyakran találkozunk csodagyerekkel, és gyakran kiemelkedő matematikussá nőnek fel. De a legtöbb matematikus esetében fogalmam sincs, hogy csodagyerek volt-e, és az sem világos számomra, hogy a csodagyerek hány százaléka kallódik el (a matematika szempontjából), mire felnő. Sok ilyen elkallódást láttam magam is.

Erdős csodagyerek volt, és matematikai óriássá nőtte ki magát, meghatározó a szerepe a mai matematika számos területén, és emellett az egyik legismertebb matematikus egyéniség a világon. Számomra a legfontosabb nem az ismertsége, hanem az óriási hatása, Ezt Magyarországon is, és bárhova megyek, a nagyvilágban ugyanígy, nagyon-nagyon érzem.

Egyik barátom 30-35 éve azt mondta, hogy akit a középiskola nem tesz tönkre, annak az egyetem sem árthat már sokat. Ezen a mondaton, amelyik talán túl sarkos, de mégis, sajnos túl sok benne az igazság, érdemes elgondolkoznunk. A lényege az, hogy az iskola megpróbál bennünket egy-

⁶fából vaskarika

⁷A félreértések elkerülésére, Barabási Albert-Lászlónak volt egy Albert Réka nevű tanítványa, a modell kettőjük nevéhez fűződik.

formára gyúrni, és csak azok élnek ezt túl, akik a középiskolai egyen-gyúrászt ignorálni tudják. Erdős iskolái egy részét magánúton végezte el, és az biztos, hogy az egyéni gondolkodásmódján nem változtatott a külvilág. (A régebbi példák közül talán Darwin az, aki híresen rossz tanuló volt, emelendő ki, mint akinek a korunk tudományára talán a legmeghatározóbb szerepe volt. De kiemelhetném még Fejér Lipótot is, a professzoraim professzorai közül az egyik legismertebb matematikust, akinek azonban iskolás korában gondjai voltak a matematikával.⁸) Szóval, Erdős gondolkodása nagyon egyedi volt, amikor megismertük, és ha később nem annyira lepett már meg bennünket, az elsősorban azért volt, mert sokat – amit lehetett – eltanultuk tőle.

Sokan elmondhatjuk itt Pesten, Prágában, vagy Poznanban, hogy sikeres matematikusok lettünk, és elsősorban azért, mert nagyon sokat tanultunk tanárainktól, közöttük pedig kiemelnénk Erdős Pált, Turán Pált és Rényi Alfrédot, de emellett még sokukat (én Sós Verát szoktam az első helyen említeni). A kitűnő tanáraink mellett igen sokat jelentett számunkra a kiváló matematikai curriculum is. Ezt is a tanárainknak köszönhetjük.

9. Milyenek láttuk Erdős Pált?

Ha körülnézek, nagyon sok egymásnak ellentmondó Erdős-képet látok. De a legtöbbszörnek, van egy nagy hibája: egy Erdőst mutat be, holott Erdős 83 évig élt, és ha meg akarjuk érteni egyéniségét, több periódusát kellene megkülönböztetnünk. Én legalább három periódusát különböztetném meg.

1. Az első 50 év.
2. Anyukája halála utáni évek.
3. Az utolsó évek.

Talán azért ezt a felosztást használom, mert Erdőst valójában 1961 körül ismertem meg, ezután, egészen a haláláig folyamatos kapcsolatban voltam vele. Matematikájáról igen sokat értettem meg Turán Pál egy gyönyörű matematikai cikkéből, [8] melyet Erdős 50. születésnapjára írt róla. Édesanyja halála után (1970) azonban szemünk láttára változott meg. Mindezt kicsit

⁸Ha azt mondom, hogy Erdős és Turán voltak a professzoraim, – ami egy nagyon durva leegyszerűsítés, – akkor az ő professzoraik közül Fejért emelném ki, és talán König Dénest. A nagyon nagy hatású Riesz Frigyes talán azért nem, mert akkor még Szegeden volt.

nehezen értettem meg, hiszen előtte éveket élt külföldön, míg édesanyja itthon volt, de tény, hogy Erdős rohamosan lefogyott, kevesebbet aludt, és láthatóan megváltozott.

... És amikor idősebb lett, sokan, ha nem is látványosan, de lényegében elfordultak tőle, már kevesebbet hívták meg, míg az igazi barátok mindvégig kitartottak mellette.

Persze, a legutolsó mondatom félreérthető, mert talán azt látszik sugallni, hogy a végén már Erdős nem igazán matematizált. Ez nem így volt. Éppen az volt a jellemző Erdősre, hogy mindvégig matematizált, de ugyanakkor rettegett attól, hogy mi lesz, ha egyszer már nem tud matematizálni. Mindvégig egy kitűnő matematikus volt, de természetesen a végére lecsökkent az az idő, amennyit egy hosszabb bizonyításra oda tudott figyelni, követelte, hogy mondjuk el a bizonyítást, de néha elszundított alattuk, és ha abbahagytuk, akkor felriadt, majd követelte, hogy folytassuk.

10. Erdős és a politika

Kell néhány szót ejtenem Erdős politikához való viszonyáról is. Barátai között sok volt a baloldali, vagy kicsit kiábrándult, de baloldali értelmiségi. Én Erdőst is ilyennek láttam. De nem szeretett megalkudni, így az államokkal is szélmalom harcot vívott. Először elvesztette a visszatérő vízumát az USA-ba, amikor megkérdezték tőle, mi a véleménye Marxról, és azt válaszolta, hogy nagy tudós. Másodszor megsértődött a Kádár rendszerre, mert a 60. születésnapjára szervezett konferenciára nem engedték be Schönheim János romániai, magyar anyanyelvű Tel Aviv-i matematikust, az akkori külpolitikának megfelelően. Több évig nem tért haza. Turán Pál haldokolt már, amikor Erdős újra hazatért. Formailag Erdős magyar állampolgár volt izraeli lakhellyel, amire azért volt szüksége, mert barátai így tudták elintézni, hogy konzuli útlevelet kapjon, amivel igényeinek megfelelően utazgathatott.

Általában nem alkudott meg.

11. Erdős és a KÖNYV

Erdősnek sajátos humora és sajátos nyelvezete volt, mely részben kifejezte a véleményét, de nem mindig. A hölgyeket uraknak nevezte, a gyerekeket epszilonoknak, a zenét lármának. Az utóbbiból arra is következtethetnénk,

hogy nem szerette a zenét, de ez fordítva volt. Volt egy hosszabb periódusa, amikor barátai rendszeresen meghívták - mondjuk hetente egyszer - vacsorára, és amikor megérkezett, aránylag hamar rátért a matematikára. Emellett persze sokat beszélt politikáról, orvostudományról, történelemlről, és még sok minden másról. Míg egyik oldalról elterjedt róla az a hibás legenda, hogy csak a matematika érdekli, engem nagyon gyakran lepett meg a humán dolgokban való jártasságával is. Meglepett, amikor a barátom lánya a japán irodalomról írt szakdolgozatot, erről én semmit nem tudtam, de Erdős igen tájékozottnak bizonyult a témában. Ha feleségemmel beszélgetett, aki gyógyszervegyész, Erdős a gyógyszerekről kérdezte. Minden érdekelte.

Mint mondtam, abból, hogy a zenét lárjának nevezte, egyesek arra következtettek, hogy nem szereti a zenét. A valóság a fordítottja. Egy idő után mindig megkért bennünket, hogy tegyünk fel valami komoly zenét, Bachot, Mozartot, Beethovent, vagy akár Pachabelt is. Izlése teljesen megfelelt az én izlésemnek. Volt olyan periódusa is, amikor valahányszor meglátogattam az Akadémia várbeli vendégházában, egy közepes minőségű táskarádiót hallgatott. Hogy mit hallgatott? Híreket, vagy zenét. Az ma sem világos számomra, hogy szeretett-e hangversenyre menni, bár barátaival elment néha.

Kicsit másként volt a képzőművészettel. Amikor erről beszélgettünk, már nem volt fiatal, a szemei már nem voltak a legjobbak (volt valami ritka szembetegsége), és talán ezzel magyarázta, hogy múzeumokba – tudomásom szerint – nem járt. Sokat olvasott. Néha meglátott a barátainál egy könyvet, elkérte, villámgyorsan kiolvasta, majd visszaadta néhány szó kíséretében.

De én nem ezekről a könyvekről akartam írni, hanem a KÖNYVRŐL. Erdős kitalálta, hogy van egy könyv, amelyikben minden (fontos) tételnek benne van a bizonyítása, és ha van egyszerű, szép bizonyítása, akkor ebben azt megtaláljuk. Ha egy bizonyítás nagyon szép, rövid, vagy valamilyen más módon frappáns volt, Erdős (és egy idő után a környezete is) azt mondta: ez a bizonyítás a könyvből van. Halála után Aigner és Ziegler berlini matematikusok meg is jelentettek egy ilyen könyvet: „Bizonyítások a könyvből”. Hogy ez miért lényeges? Mert a matematika sok különböző aspektusa közül annak szépsége is nagyon fontos.

Erdős szeretett kirándulni, szerette a szép tájakat, szeretett pingpongozni, igen sokoldalú volt.

És nagyon igényelte az emberek társaságát, a barátokat.

12. Néhány adat Erdősről

Erdős körülbelül 1500 cikket írt, és 500 társszerzője volt. El szokták róla mondani, hogy hozzá hasonló produktivitás csak Eulert jellemezte. Ez is egy kicsit félrevezető, mert sem Euler, sem Erdős nagysága és hatása nem a cikkszámában fejezhető ki.

Amikor egy nagy tudós nagyságát akarjuk illusztrálni, erre az egyik legegyszerűbb mód, hogy felsoroljuk azokat a kitüntetések, amelyekkel a tudományos környezete elismerte teljesítményét. Ezt sem teszem.

Amikor az ELTE díszdoktorává avatta, Erdős egy Arany János idézetet mondott el,

Ha én egy jót alhatnám -
Száz keresztért nem adnám.

Persze ezt a saját átköltésében is elmondta, szeretett verseket átkölni. Nála az alvás helyett egy szép új tétel bizonyítása szerepelt.

Az alábbi bibliográfiában könyvet nem említek, az általános olvasónak talán Babai cikkét ajánlanám, amelyik Erdőssel baló beszélgetések alapján készült, vagy Sós Vera cikkét, amelyik a háború alatti Erdős–Turán levelezést tükrözi. Erdős személye tükröződik a Turán Pál halálára írt cikkéből, és a matematika nagy filozófiai problémáiról szól Tim Gowers cikke.

Hivatkozások

- [1] László Babai's Erdős page: <http://theory.cs.uchicago.edu/erdos.html>
- [2] László Babai: In and Out of Hungary, Paul Erdős, His Friends, and Times, in *Combinatorics: Paul Erdős is Eighty*, 1993.
- [3] László Babai and Joel Spencer: Paul Erdős, (1913-1996) *Notices of AMS*, vol 45, (1)
- [4] Béla Bollobás: To prove and conjecture, *American Mathematical Monthly*, Vol 105, no 3, 1998. 209–234.
- [5] P. Erdős: Paul Turán, 1910–1976: his work in graph theory. *J. Graph Theory* 1 (1977), no. 2, 97–101.
- [6] Tim Gowers: Two cultures of Mathematics (see his homepage)

- [7] V. T. Sós: Turbulent years: Erdős in his correspondence with Turán from 1934 to 1940. Paul Erdős and his mathematics, I (Budapest, 1999), 85–146, Bolyai Soc. Math. Stud., 11, János Bolyai Math. Soc., Budapest, 2002.
- [8] Turán Pál: Erdős Pál 50 éves, Matematikai Lapok, 14 1963 1–28.